

V. Országos Magyar Matematikaolimpia
XXXII. EMMV
országos szakasz, Arad, 2023. február 20–23.

VII. osztály

1. feladat. a) Igazold, hogy $(\sqrt{2023} - 1)(\sqrt{2022} - 2)(\sqrt{2021} - 3) \cdots (\sqrt{1} - 2023) < 0$.
- b) Határozd meg az összes a , b , c és d nem nulla egész számot, tudva, hogy páronként relatív prímek és $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = d$.
2. feladat. Oldd meg az egész számok halmazán a $4xy - 12x + 5y = 2023$ egyenletet!
3. feladat. Egy O középpontú kör AB húrjának B pontjában érintőt húzunk a körhöz. A kör CD átmérőjének tartóegyenese M pontban metszi a B -ben húzott érintőt ($M \neq B$), valamint N pontban az AB húr tartóegyenését. Bizonyítsd be, hogy CD akkor és csak akkor merőleges OA -ra, ha $BM = MN$.
4. feladat. Egy kosárban négy fajta alma van, amelyek száma összesen 50-nél több. Tudjuk, hogy bárhogyan választunk ki a kosárból 50 almát, a kiválasztottak között mindig van mind a négy fajtából. Legtöbb hány alma lehet a kosárban?