

V. Országos Magyar Matematikaolimpia

XXXII. EMMV

országos szakasz, Arad, 2023. február 20–23.

VI. osztály

1. feladat. Egy iskola focicsapata két egymást követő nap fontos meccset játszott. A csapat szurkolói elhatározták, hogy a meccsre a csapat színeibe öltöznek: kékbe vagy fehérbe. Első nap a szurkolók $\frac{3}{4}$ -e fehérbe, míg a többiek kékbe öltöztek. Második nap az előző naphoz képest 40%-kal kevesebben öltöztek fehérbe és 80%-kal többen kékbe.

- Tudva azt, hogy mindkét nap minden jelenlevő szurkoló beöltözött, de a második nap 8 szurkoló hiányzott, számítsd ki az első mérkőzésen részt vevő szurkolók számát!
- A két napot együttvéve, mennyivel egyenlő a fehérbe, illetve kékbe öltözött szurkolók számának aránya?

2. feladat. Az $a < b$ természetes számok legnagyobb közös osztója 17, legkisebb közös többszöröse pedig 2023.

- Határozd meg az a és b számokat!
- Határozd meg az összes (x, y) számpárt, ha x és y prímszámok és $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} < \frac{1}{17}$, ahol a és b az a) alpontban kapott számok!

3. feladat. Adottak az A_1, A_2, \dots, A_{21} kollineáris pontok ebben a sorrendben. Az $A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, A_4A_5, \dots, A_{20}A_{21}$ szakaszok hossza fordítottan arányos az $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{7}, \dots, \frac{1}{39}$ számokkal, és tudjuk, hogy az A_1A_{21} szakasz hossza 400 cm.

- Számítsd ki az $A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4, \dots, A_{20}A_{21}$ szakaszok közül a legrövidebb, illetve a leghosszabb szakasz hosszát!
- Az $A_1A_2, A_3A_4, \dots, A_{19}A_{20}$ szakaszok belső pontjait zöldre, míg az $A_2A_3, A_4A_5, \dots, A_{20}A_{21}$ szakaszok belső pontjait pirosra színezzük. Milyen színű lesz az A_1A_{21} szakasz felezőpontja?
- Az $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{21}$ pontok által meghatározott szakaszok között van-e olyan, amelynek a kezdőpontja A_1 és felezőpontja nincs kiszínezve?

4. feladat. Egy tetszőleges AOB szöget az O csúcspontjából kiinduló félegyenesekkel 36 darab egymással kongruens szögre osztunk, majd ugyanezt az AOB szöget ugyanilyen módon 48 darab egymással kongruens szögre osztunk.

- Hány félegyeneset kapunk az AOB szög belsejében?
- Határozd meg az AOB szög mértékét, ha az OA szártól számított 6. és 18. félegyenesek 24° -os szöget alkotnak!
- Tudva, hogy az AOB szög mértéke 144° , hány fokos szöget zár be az OA szártól számított 20. és 30. félegyenes?